

Exercices à préparer

(calcul matriciel)

1) Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

a) Calculer $2B$; $A + 2B$; AB et BA

b) Comparer $A^T H^T$ et $(BA)^T$

2) Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

a) Calculer les produits BC et $A(BC)$

b) Calculer les produits AB et $(AB)C$

c) Peut-on donner un sens à l'écriture ABC ?

3) Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 9 & -3 \end{pmatrix}$

Calculer AB et C^2 puis commenter le résultat.

4) Soit les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -9 \end{pmatrix}$

Calculer AC et BC puis commenter le résultat.

5) On pose : $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) Vérifier que $A^2 - B^2 \neq (A - B)(A + B)$ et $(A + B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$

b) Plus généralement, A et B étant des matrices carrées d'ordre n , développer

$(A - B)(A + B)$ et $(A + B)^2$. A quelle condition retrouve-t-on deux identités remarquables bien connues dans \mathbb{R} et \mathbb{C} ?