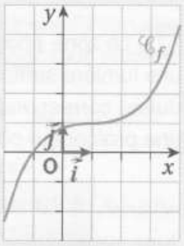
3 Approfondir l'étude de la fonction logarithme népérien

Travailler les automatismes

▸ Savoir-faire 5 p. 293

ntre représente
ie et dérivable
4].
ue $g(x) = \ln(f(x))$



.]–1 ; 4]

eau de variations de la fonction f
ue $f(-2) = 0$ et $f(5) = 0$.

3	$+\infty$
-1	$+\infty$

au de signes de $f(x)$.
t telle que $g(x) = \ln(f(x))$.
e la fonction g est-elle définie ?
$g(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 5 \\ x > 5}} g(x)$.

finie par $f(x) = \ln(1 - x^2)$; on note $\mathscr{C}_f$
tative.
éfinition de la fonction f est :
. [–1 ; 1]   c.]–1 ; 1[

'abscisse $\frac{1}{2}$ a pour ordonnée :

. $\ln(1) - \frac{1}{4}$ c. $\ln(3) - 2\ln(2)$

définie sur l'intervalle $]-\infty\,;\,e[$ par
t dérivable sur $]-\infty\,;\,e[$.
e réel x de $]-\infty\,;\,e[$, $f'(x) = \ldots$:
$\frac{1}{e} - \frac{1}{x}$ c. $\frac{1}{x-e}$

$\frac{-1}{e}$ c. $\frac{1}{e}$

définie sur l'intervalle $]1\,;\,+\infty[$ par

e réel x de $]1\,;\,+\infty[$, $g'(x) = \ldots$:
$\frac{1}{x} \times \frac{1}{x}$ c. $\frac{1}{x\ln(x)}$
'inéquation $g(x) > 0$ admet pour
ns :
]e ; +∞[c. [e ; +∞[

Pour les exercices 106 et 107
Étudier la limite en 0 et en +∞ de chacune des fonctions, définies sur]0 ; +∞[par les expressions données.

106 a. $f(x) = x - 3\ln(x)$ b. $g(x) = (2 - x)\ln(x)$
c. $h(x) = x\ln(x) - 2x$ d. $k(x) = 4x - (\ln(x))^2$

107 a. $f(x) = x^2 - 5\ln(x)$ b. $g(x) = \dfrac{1 + \ln(x)}{3x + 2}$
c. $h(x) = \dfrac{x\ln(x)}{x+1}$ d. $k(x) = \sqrt{x}\ln(x)$

108 Étudier les limites des fonctions suivantes aux bornes de l'intervalle I.

a. $f : x \mapsto \ln(1 - 2x)$ et $I = \left]-\infty\,;\,\frac{1}{2}\right[$.

b. $g : x \mapsto \ln\left(\dfrac{5-x}{x+3}\right)$ et $I =]-3\,;\,5[$.

c. $h : x \mapsto \ln\left(\dfrac{2x+1}{x-2}\right)$ et $I =]2\,;\,+\infty[$.

d. $k : x \mapsto \ln\left(\dfrac{x+2}{(x-2)^2}\right)$ et $I =]2\,;\,+\infty[$.

109 Pour chacune des fonctions, définies et dérivables sur l'intervalle I, déterminer la fonction dérivée.

a. $f : x \mapsto \ln(1 + x^2)$ et $I = \mathbb{R}$.
b. $g : x \mapsto \ln(e^{-x} + x)$ et $I = \mathbb{R}$.
c. $h : x \mapsto \ln\left(\dfrac{4x+1}{x-3}\right)$ et $I =]3\,;\,+\infty[$.
d. $k : x \mapsto x\ln(e^x + 1)$ et $I = \mathbb{R}$.

110 Vrai ou faux ?

Dans chaque cas, indiquer si la proposition est vraie ou fausse. Justifier.

1. « La fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \ln(100 + x)$ est décroissante sur $[0\,;\,+\infty[$. »

2. La fonction g est définie sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$ par :
$$g(x) = 2x\ln(2x + 1).$$
a. « Sur $\left]-\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$, l'équation $g(x) = 2x$ admet une unique solution : $\frac{e-1}{2}$. »

b. « Pour tout nombre réel x de $\left]-\frac{1}{2}\,;\,+\infty\right[$:
$$g'(x) = 2\ln(2x + 1) + \frac{4x}{2x+1}. »$$
c. « Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse $\frac{1}{2}$ est $1 + \ln(4)$. »

111 De la
La fonction

On note $\mathscr{C}$
1. TICE a.
mique, tracer
b. Conjecturer
• le sens de
• les limites
• ce que repr
2. a. Pour tou
b. Montrer que
c. Démontrer
d. En déduire
e. Valider ou
tion 1b.

112 De la
Titouan a rédigé

a. On c $\lim\limits_{x \to 2}$
Donc $\lim\limits_{x \to 2}$
b. On sa
$f'(x) = 2x -$
$= \frac{(2x-}{}$
$= \frac{2x^2-}{x-}$
c. $\forall x > 2$
$f'(x)$ est
$x \in]2\,;\,3[$
J'en dédui

x
$f'(x)$
f

1. Proposer un
possible de l'
résolu par Titouan.
2. Proposer des
tions dans la justi