

1 Définir la fonction logarithme népérien

Travailler les automatismes

► Savoir-faire 1 et 2 p. 289

Flash

Simplifier les expressions.

- b. $\ln(e^4)$ c. $\ln(e^{-\frac{1}{3}})$
 e. $e^{\ln(4) + \ln(5)}$ f. $e^{\ln(4)} + e^{\ln(5)}$
 h. $e^{4\ln(3)} - e^{\ln(9)}$ i. $e^{2\ln(4) - \ln(8)}$

Pour tous nombres réels strictement positifs a et b ,
 $e^{\ln(a) + \ln(b)}$ est égal à :

- b. $a + b$ c. $\frac{a}{b}$

Pour tout nombre réel a strictement positif, le nombre
 $\ln(a)$ est égal à :

- b. $\ln(5)$ c. $4\ln(a)$

$\ln(e^2)$ est égal à :

- b. $\ln(e + 1) + 1$ c. $\ln(e^3)$

Vrai ou faux ?

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

Le double du logarithme népérien d'un nombre réel
 strictement positif est égal au logarithme népérien du
 double de ce nombre. »

Le logarithme népérien de l'inverse d'un nombre
 strictement positif est égal à l'opposé du logarithme
 népérien de ce nombre. »

Le logarithme népérien de la racine carrée d'un
 nombre réel strictement positif est égal au double du
 logarithme népérien de ce nombre. »

QCM

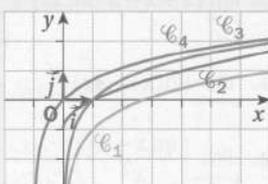
- 1) ...
 a. $\ln(4) + \ln(16)$
 b. $\ln(32)$ d. $6\ln(2)$
 2) L'équation $e^{2x} = 3$ admet comme solution dans \mathbb{R} :
 a. $\frac{1}{2}\ln(3)$ c. $\frac{3}{2}e$ d. $\ln(9)$

3) Soit la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{2x} - 1$.

4) Les images par f de :

- b. $3\ln(2)$ c. $-\ln(2)$
 e. $\ln(\sqrt{2})$ f. $\ln(10^{-9})$

5) Parmi les courbes
 ci-dessous, quelle est
 la représentation gra-
 phique de la fonction
 logarithme népérien ?



Pour les exercices 65 et 66

Résoudre dans l'intervalle $]0; +\infty[$ chacune des équations.

- 65 a. $\ln(x) = 6$ b. $\ln(x) = -2$
 c. $1 - 2\ln(x) = 0$ d. $3\ln(x) + 11 = 5$
 e. $\ln(x) - 0,1 = 0$ f. $\ln(4x) = 1$

- 66 a. $\ln(x) - \sqrt{2} = 0$ b. $(e^x - 1)(7 + \ln(x)) = 0$
 c. $(\ln(x))^2 = 9$ d. $(2x - 1)(\ln(x) - 3) = 0$

67 Exprimer chaque nombre réel en fonction de $\ln(2)$.

- a. $\ln(16)$ b. $\ln\left(\frac{1}{4}\right)$
 c. $\ln(\sqrt{64})$ d. $\ln\left(\frac{1}{256}\right)$

68 Exprimer chaque nombre réel en fonction de $\ln(3)$
 et $\ln(7)$.

- a. $\ln(21)$ b. $\ln(63)$ c. $\ln(3\sqrt{21}) + \ln(49)$
 d. $\ln\left(\frac{3}{7}\right)$ e. $\ln\left(\frac{343}{27}\right)$ f. $4\ln\left(\frac{7}{3}\right) + \ln(7^2)$

69 Montrer que $\frac{1}{e}$ est l'unique solution dans l'intervalle
 $]0; +\infty[$ de l'équation :

$$\ln(x^2) - \ln\left(\frac{x^5}{e}\right) + \ln(2) = \ln(2x) + 5.$$

Aide Résoudre algébriquement une équation de la forme
 $\ln(X) = c$.

70 Vrai ou faux ?

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ?
 Justifier.

- a. « L'équation $x\ln(x) = 3\ln(x)$ admet dans l'intervalle
 $]0; +\infty[$ deux solutions : 1 et 3. »
 b. « L'équation $(e^x + 1)(e^x - 2) = 0$ n'admet aucune solu-
 tion dans \mathbb{R} . »
 c. « $e^{5\ln(2)} \times e^{7\ln(4)} = 2^{19}$. »

71 QCM

La fonction f est définie sur \mathbb{R} par $f(x) = xe^{-x}$.

1. L'image de $\ln(2)$ par f est égale à :
 a. $-2\ln(2)$ b. $\ln(2)$ c. $\frac{1}{2}\ln(2)$ d. $2\ln(2)$
 2. L'image de $\ln(e^3)$ par f est égale à :
 a. $3e^{-3}$ b. $\frac{3\ln(e)}{e^3}$ c. $-3e^{\ln(3)}$ d. $\frac{3}{e^3}$

72 Parties masquées

Eléna a retrouvé un...
 solution, mais des parties
 d'encore.

Énoncé

Démontrer que pour tout
 $x > 0$, $\ln(1 + e^x) > x$.

Solution

Pour tout nombre réel x ,
 $x + \ln(1 + e^{-x}) = \ln(1 + e^x)$
 $= \ln(1 + e^x)$
 $= \ln(1 + e^x)$

D'où : $\forall x, \ln(1 + e^x) > x$.

• Aider Eléna à retrouver
 les parties masquées
 des taches d'encore.

73 a. Montrer que...
 b. Avec sa calculatrice...

Justifier ce résultat.

c. Adel affirme que...
 $x^6 = 125$. A-t-il raison ?

74 MCQ

1. The equation $\ln(x) = 2$ has
 solutions in $] -1; +\infty[$:

- a. $x = -0,5$
 c. $x = \frac{1}{5}e - 1$

2. Let f be a function
 Find $f(1)$:

- a. $5 - e^2$
 c. $\frac{\ln(3)}{2}$

75 PROGRAMME

Marwa s'interroge
 ci-dessous.

1	l'importance
2	de la
3	de
4	

a. Coder cette fonction
 et $p(7,3)$.