

Soit dans \mathbb{C} l'équation : $z^2 - 2pz + 1 = 0$ avec $p = \sin a + i \cos a$ et a un nombre réel

On note z_1 et z_2 les racines de cette équation.

- 1) Montrer sans calculer explicitement z_1 et z_2 que leurs modules sont inverses l'un de l'autre et que leurs arguments sont opposés.
- 2) Déterminer a pour que z_1 et z_2 soient réels, puis pour qu'ils soient imaginaires purs.
- 3) Calculer les modules et arguments de $z_1 - p$ et $z_2 - p$
- 4) Montrer que $z_1 + i$ et $z_2 + i$ ont même module que l'on calculera en fonction de a lorsque $\cos a$ est négatif. Que se passe-t-il lorsque $\cos a$ est positif.