

### Exercice :

Le tableau ci-contre est le tableau de variation d'une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 2x^3 + bx^2 + c$ , où  $b$  et  $c$  sont des constantes.

$x$	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

- 1° Trouver  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- 2° Compléter ce tableau de variation (on ne demande pas de calculer  $f(0)$  et  $f(1)$ ).
- 3° Calculer les réels  $b$  et  $c$  pour que le point  $A(1; 0)$  soit un sommet de la courbe  $(C)$  représentant  $f$ .
- 4° Dans la suite, on prendra  $b = -3$  et  $c = 1$ , d'où  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ .
  - a) Calculer  $f(0)$ ,  $f\left(-\frac{1}{2}\right)$  et  $f(2)$ .
  - b) Tracer la courbe  $(C)$  dans un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- 6°
  - a) Écrire une équation de la tangente à  $(C)$  au point  $E$  de  $(C)$  d'abscisse 2.
  - b) Cette tangente rencontre  $(C)$  en un autre point  $F$ . Calculer les coordonnées du point  $F$ .
- 7°
  - a) Trouver une équation de la droite  $(D)$  passant par  $A$  et e pente  $t$ .
  - b) Discuter, suivant les valeur de  $t$ , le nombre des points d'intersection de  $(D)$  et  $(C)$ .
- 8° Dans le cas où  $(D)$  et  $(C)$  se coupent en deux points  $M'$  et  $M''$  autres que  $A$ , trouver le lieu du point  $I$  milieu de  $[M'M'']$  lorsque  $t$  varie et limiter ce lieu.