f est une fonction dérivable sur IR, vérifiant : $\begin{cases} f(1) = 0 \\ f'(x) = \frac{1}{1+(x-1)^2} \end{cases}$

1) On pose $g(x) = f(2-x) + f(x), \forall x \in IR$.

a)Montrer que : $\forall x \in IR, g(x) = k \ (k \in IR)$.

Calculer k.

b) En déduire que A (1, 0) est centre de symétrie de C_f.

2) a) En remarquant $f'(x) \leq 1$ sur $[1; 2]$, prouver que $f(2) \leq 1$.

b) En remarquant que $f'(x) \leq \frac{1}{(x-1)^2}$, montrer que f est majorée sur $[2, +\infty[$ $\left[\left(\frac{1}{1-x}\right)' = \frac{1}{(1-x)^2}\right]$

c)Encadrer la limite L de f en $+\infty$.

3) On pose $h(x) = \tan x + 1, \forall x \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$

a) Montrer que $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}} foh(x) = L$

b) Montrer que pour tout x de $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[, foh(x) = x$.

c) En déduire la valeur de L.

4) a) Etablir le tableau de variation de f sur $[1; +\infty[$

b) Tracer l’allure de la courbe de f