

Un triangle ABC est tel que $AB^2 = \overline{BC} \times \overline{BH}$.

1) Justifier que H n'appartient pas à [BC] .

2) Soit K le pied de la hauteur issue de C sur (AB).

a) Justifier que K est sur le cercle de diamètre [BC].

b) Montrer que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2AB^2$ puis que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overline{AB} \times \overline{AK}$. En déduire que $\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB}$.

c) B et C étant fixés, déduire de ce qui précède un programme de construction de ABC.

3) On pose $a = BC$, $b = AC$, $c = AB$. Déterminer une relation entre a, b et c.