

Soit  $p(x) = 10x^3 - 9x^2 + 9x + 1$

1) On pose  $x = y + h$

a) Déterminer le polynôme  $q(y)$  obtenu en remplaçant  $x$  par  $y + h$

b) Déterminer  $h$  de façon que :  $q(y) = 10(y^3 + \alpha y + \beta)$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont deux réels que l'on déterminera

2) a) Déterminer deux réels  $b$  et  $c$  tels que :  $\beta = b^3 + c^3$  et  $\alpha = -3bc$

b) Prouver que :  $y^3 + b^3 + c^3 - 3ybc$  est factorisable par  $y + b + c$ . Effectuer alors cette factorisation.

c) Dédire de ce qui précède une racine de  $q(y)$  puis une racine de  $p(x)$

3°/ Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $p(x) = 0$