

∞ Devoir à la maison n°6 ∞

On considère la suite u définie pour tout entier naturel $n \geq 3$ par :

« u_n est le nombre de diagonales d'un polygone convexe à n sommets ».

1. A l'aide de figures, montrer que $u_3 = 0$; $u_4 = 2$ et $u_5 = 5$ puis déterminer u_6 .

2. Relation de récurrence

Pour tout entier naturel $n \geq 3$, on considère un polygone convexe à n sommets et u_n diagonales.

Combien de nouvelles diagonales définit-on en ajoutant un sommet supplémentaire à ce polygone ?

Justifier la réponse et en déduire u_{n+1} en fonction de u_n .

3. Production d'un algorithme

Écrire un algorithme qui retourne le nombre de diagonales d'un polygone convexe à n sommets où n est un entier naturel supérieur ou égal à 3.

4. Expression explicite

Méthode 1 Établir cette expression à l'aide d'un raisonnement géométrique.

Démontrer que cette conjecture est vraie en appliquant le théorème du cours sur l'égalité de deux suites.

Méthode 2 On introduit la suite S définie pour tout entier naturel $n \geq 3$ par

$$S_n = \sum_{k=3}^n (u_{k+1} - u_k)$$

Déterminer l'expression explicite de u en réduisant l'écriture du terme général de S de deux manières différentes.

5. Application

Calculer le nombre de diagonales d'un polygone convexe à 26 côtés de deux manières différentes.

* * * * *

Réf	Intitulé	Code
MATHS.COCO	Développer une argumentation mathématique correcte à l'écrit.	
MATHS.COCO	Critiquer une démarche ou un résultat.	
MATHS.COCO	S'exprimer avec clarté et précision à l'oral et à l'écrit.	