

## ∞ Devoir à la maison n°6 ∞

On considère la suite  $u$  définie pour tout entier naturel  $n \geq 3$  par :

«  $u_n$  est le nombre de diagonales d'un polygone convexe à  $n$  sommets ».

1. A l'aide de figures, montrer que  $u_3 = 0$  ;  $u_4 = 2$  et  $u_5 = 5$  puis déterminer  $u_6$ .

**2. Relation de récurrence**

Pour tout entier naturel  $n \geq 3$ , on considère un polygone convexe à  $n$  sommets et  $u_n$  diagonales.

Combien de nouvelles diagonales définit-on en ajoutant un sommet supplémentaire à ce polygone ?

Justifier la réponse et en déduire  $u_{n+1}$  en fonction de  $u_n$ .

**3. Production d'un algorithme**

Écrire un algorithme qui retourne le nombre de diagonales d'un polygone convexe à  $n$  sommets où  $n$  est un entier naturel supérieur ou égal à 3.

**4. Expression explicite**

**Méthode 1** Établir cette expression à l'aide d'un raisonnement géométrique.

Démontrer que cette conjecture est vraie en appliquant le théorème du cours sur l'égalité de deux suites.

**Méthode 2** On introduit la suite  $S$  définie pour tout entier naturel  $n \geq 3$  par

$$S_n = \sum_{k=3}^n (u_{k+1} - u_k)$$

Déterminer l'expression explicite de  $u$  en réduisant l'écriture du terme général de  $S$  de deux manières différentes.

**5. Application**

Calculer le nombre de diagonales d'un polygone convexe à 26 côtés de deux manières différentes.

\* \* \* \* \*

Réf	Intitulé	Code
MATHS.COCO	Développer une argumentation mathématique correcte à l'écrit.	
MATHS.COCO	Critiquer une démarche ou un résultat.	
MATHS.COCO	S'exprimer avec clarté et précision à l'oral et à l'écrit.	