

Un éditeur spécialisé en ouvrages d'art diffuse, sur une année, 22 000 livres dont les prix varient de 15 à 75 euros. On estime que les quantités de livres offertes  $f(x)$  et demandées  $g(x)$  sont définies sur  $[15; 75]$  par :

$$f(x) = 55,8x + 1\,340$$

$$\text{et } g(x) = -0,03x^3 + 5x^2 - 300x + 8\,780,$$

où  $x$  est le prix d'un livre.

1 Étudier les variations de  $f$  et de  $g$  sur  $[15; 75]$ .

Interpréter économiquement le résultat.

2 On rappelle que le **prix d'équilibre** est le prix pour lequel l'offre est égale à la demande : on parle alors de quantité d'équilibre.

a. Après avoir justifié que l'équation  $f(x) = g(x)$  admet une unique solution  $x_0$  sur  $[15; 75]$ , déterminer la valeur approchée de  $x_0$  arrondie à dix centimes près.

b. Calculer alors la quantité d'équilibre, arrondie à 10 livres près.