

1) Soient  $A$  et  $B$  deux parties non vides et majorées de  $\mathbb{R}$  ; avec  $A \cap B \neq \emptyset$

1) a) Montrer que  $A \cup B$  est majorée et que  $\sup A \cup B = \max \sup A; \sup B$

b) Montrer que  $A \cap B$  est majorée et que  $\sup A \cap B \leq \min \sup A; \sup B$

Donner un exemple où cette inégalité est stricte.

c) Montrer que  $A+B = \{a+b \mid a \in A \text{ et } b \in B\}$  est non vide et majorée et que :

$$\sup A+B = \sup A + \sup B$$

d) Soit  $k \in \mathbb{R}^+$ , montrer que  $kA = \{ka \mid a \in A\}$  est non vide et majorée et que :

$$\sup kA = k \sup A$$

2) Soient  $A$  et  $B$  deux parties non vides et minorées de  $\mathbb{R}$  ; avec  $A \cap B \neq \emptyset$

1) a) Montrer que  $A \cup B$  est minorée et que  $\inf A \cup B = \min \inf A; \inf B$

b) Montrer que  $A \cap B$  est minorée et que  $\inf A \cap B \geq \max \inf A; \inf B$

Donner un exemple où cette inégalité est stricte.

c) Montrer que  $A+B = \{a+b \mid a \in A \text{ et } b \in B\}$  est non vide et minorée et que :

$$\inf A+B = \inf A + \inf B$$

d) Soit  $k \in \mathbb{R}^+$ , montrer que  $kA = \{ka \mid a \in A\}$  est non vide et minorée et que :

$$\inf kA = k \inf A$$