

Une boîte contient 8 cubes indiscernables au toucher dont un rouge numéroté 1, trois rouges numérotés 2, deux verts numérotés 1, un vert numéroté 2 et un jaune numéroté 2.

PARTIE A

Un enfant choisit au hasard et successivement sans remise deux cubes de la boîte. On admettra que la probabilité de choisir un cube est indépendante de son numéro et de sa couleur.

1) On note : A l'événement : « Obtenir des cubes de couleurs différentes » B l'événement : « Obtenir au plus un cube portant le numéro 2. »

a) Calculer la probabilité de A.

b) Vérifier que la probabilité de B est égale à $\frac{9}{14}$

c) Calculer $P(A \cap B)$

d) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

2) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de cubes rouges tirés par l'enfant.

a) Déterminer la loi de probabilité de X.

b) Calculer l'espérance mathématique de X.

c) Calculer la variance de X.

PARTIE B

L'enfant tire cette fois simultanément trois cubes de la boîte.

1) Déterminer la probabilité de l'événement C : « Obtenir au plus un cube portant le numéro 2. »

2) L'enfant répète n fois l'expérience, en remettant dans la boîte les cubes tirés avant de procéder au tirage suivant. On note p_n la probabilité de l'événement D_n : « C est réalisé au moins une fois. »
Exprimer p_n en fonction de n.

3) Étudier le sens de variation de la suite $(p_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et calculer la limite de p_n lorsque n tend vers $+\infty$ de p_n