

Soient a, b et c trois nombres réels non nuls et distincts deux à deux tels que $a + b + c = 0$

1) Montrer que $\frac{a}{b-c} \left(\frac{c-a}{b} + \frac{a-b}{c} \right) = \frac{2a^2}{bc}$

2) On pose $E = \left(\frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a} + \frac{c}{a-b} \right) \left(\frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b} + \frac{a-b}{c} \right)$

Déduire de 1) que $E = 3 + \frac{(a^3 + b^3 + c^3)}{abc}$

3) Mettre sous forme de produit de facteurs l'expression $a^3 + b^3 + c^3$ (on observera que $a + b + c = 0$)

4) Déduire des questions précédentes que $E = 9$.